

TECUM Letter

2018年12月号 創刊第6号（通巻7号、NPO 法人成立第1号）

目次

-1 「少数者」の存在権利 — 『はじめに』に入る前の気楽なお話し	1
0 はじめに — NPO 法人 TECUM のスタート	3
1 賛助会員のページ	4
2 連載論考：数学の世界 vs 物理の世界	5
3 連載論考：近頃の「数学」「教育」	8
4 連載論考：スクリプトの開く世界 — スクリプトと正反対の世界	10

-1 「少数者」の存在権利 — 『はじめに』に入る前の気楽なお話し

今号も、少し固い活動報告から入りますので、最初に皆様に relax していただくための記事からはじめます。

TV の news など、最近、LGBT という用語が頻りに叫ばれます。日本ではこれまで真面目な話題として取り上げられることがなかったことを考えれば、「良い」兆候であるような気もしますが、少数派 minority は、sexual な嗜好性に限らず存在することを忘れてはならないと思います。考えてみると、肉体の目には見えない《美の世界》に「耽溺」するという、知らない人から見れば理解出来ないことに、生き甲斐や誇りとして生きる数学好きの人々は、いまのような風潮の世の中では、圧倒的な少数派と言って過言でないでしょう。多数派を占める「普通」の人を normal（規範 = norm に合っている）と呼ぶならば、圧倒的な少数派である数学好きの人々は、abnormal（異常、変態）と呼ばれることになるでしょう。医療の化学検査データでは、統計的にしばしば平均から 2σ 外（ときには σ 外）の値を異常値と診断しますが、偏差値で言えば、30点未満、あるいは70点より大（ 1σ の場合は40点未満、60点より大）ということですから、つねに「異常」を排除しなければならないと断定する精神には、大切なものを見逃す危険性があるといえないでしょうか。

しかし、これでは relax していただく、という約束を果たせておりません。ここからが本論です。

最近 Amazon の Prime Video で無料で鑑賞できる video を検索する努力が実って、“The Big Bang Theory”（邦題「ビッグバンセオリー」）という TV 番組に遭遇しました。Big Bang Theory は、言うまでもなく日本では「ビッグバン」と表記されることの多い、現代でも研究が続いているもっとも先端的な宇宙論のことです¹。し

¹ 本当は私も分かっていないことなので、説明をするのもおこがましいことですが、相対性理論や量子力学のように、伝統的な常識の通じない世界描写を提起しているとは言え、それぞれマクロとミクロの世界の振舞いの説明では確立された理論とは違い、ミクロの現象からマクロのそれまでを統一的に説明する新しい大理論の構築を目指す、ダイナミックに展開している、理論物理の最先端の理論です。皆様のために、もっとも素朴なレベルで説明するなら、「恒久不変の宇宙」という、古典的な《定常宇宙》のイメージとは正反対に、最初の「大爆発」から現在まで膨張して来たという《膨張宇宙》の理論です。もう少しだけ詳しく述べると、私達の太陽系を含む銀河系の他に多くの銀河の観測から、銀河が地球からの距離に比例する速度で遠ざかっているという、驚くべき事実を天文学者 E. ハッブルが発見したのですが、この発見の偉大さは、時間を逆に辿ると、1点から爆発 (bang) して拡大して来たという膨張宇宙論の観測的な証明になっていたことでした。宇宙の起源は約 140 億年前（主題歌では about Fourteen Billion years ago）（最近はさらにずっと精密な値であることも分かっているようです！）にあることも計算されて来ました。今日では、このような素朴な膨張宇宙に先立つ、真の Big Bang、爆発の最初の瞬間の詳細を捕らえよう

かし、これが表題となっている番組は決して通俗的な科学の啓蒙番組ではありません。実際、番組は、大学の研究室に勤める2人の「天才的科学家」 Sheldon Cooper と Leonard Hofstadter とが雑談ネタとして、量子力学の有名な逆理、あるいは、光の粒子性と波動性を取り上げる、という、普通の人には異様な光景からはじまります。抽象的な理論において天才的であるのに、日常的な常識が欠落しているとか、脈絡のない膨大な事象についての極めて正確な記憶力をもちながら、自分が慣れた生活習慣に異様なほど固執するなどの、アスペルガー症候群の典型的な兆候を示す人は、自然科学の世界では、珍しくないのですが、このような気質を研究者特有のもののように大袈裟に誇張しつつ、community college（日本でいえば短大といったところでしょうか）さえ卒業が出来なかった、学問的知識とは無縁ながら、女優への実現できない切ない夢を抱く美人で、世間の道理には詳しい Penny が、このような2人への表面的な尊敬と大きな驚愕、深い絶句を繰り返しながらも、優しく見守る、という基本構図を、スクリーンに登場しない聴衆の大爆笑を背景に、いろいろな新しい登場人物を加えながら、いつ終るとも知れぬ長大なドラマが延々と続きます²。

交わされる会話に登場する科学的な話題のレベルは質の高さは、単なる話題の科学的な先端性だけではありません。恋人との会話のために、物理学を簡単に教えて欲しいという Penny の願いに Sheldon が、現代物理の話題を分かったような気にする、比喻を使って「解説」するのは正反対に、古代人が天空の惑星の奇妙な動きを発見してそれを合理的に説明しようとしたことに物理学の起源がある、と科学史の話からはじめるという本格的なストーリーの組み立てです。

日本では、「科学技術」と一括りにされる「理系」諸学科の間に、隠然としたヒエラルヒーが存在するという現実、大学以上の世界を知らない高校生はもちろん、一般の人にも、あまり知られていないと思いますが、理論物理 > 実験物理 > 宇宙工学 という位階性が、出身大学のランキング以上に、重大な意味をもっていることが、ドラマの中では誰もが知っている常識のように扱われているのも、US の国民の科学リテラシーの意外なレベルの高さを示唆しているようで、彼岸と此岸の差を考えさせられます。

西欧社会では、「黒人問題」以上に微妙で陰湿な「ユダヤ人問題」をはじめ、わが国では、公的な場面では、使ってはならないとされることが多い「不適切な表現」についても、日本の「評論家」諸氏が見たらものすごく「張り切る」だろうと思うほど、番組の中に頻出していることも、炎上する世論に乗ってそれを煽る視聴率至上主義に汚染されたわが国の TV 番組に慣れた私にとっては、とても衝撃的でした。

残念なことに、科学用語が脚本に満載なので、日本語字幕や吹替には明らかに間違っているところが少なくないのですが、声優さんはなかなか頑張っているので、科学的な間違い探しもドラマを鑑賞する楽しみになると思います。global 社会で生きるために重要な言語は、単なる英会話能力ではなく、数学と科学であると再確認することも出来るでしょう。

とはいえ、高尚な科学の話題についての会話以外は、大衆的な現代生活の低俗さを誇張しているので、その不調和の中に、視聴者は自分の立つ位置をそれぞれに見出しているのかも知れません。

私達は、結局、自身の教養の範囲内でしか理解できないという厳粛な現実を、突き付けられながら、しかし、だからこそ理解出来る世界を拡大するために、教養の深化を実感する体験を蓄積して行かなければならないという学問的な理解へと誘う意義を思います。

特に、とんでもない大統領の登場で、極端な自己中心主義に目を奪われているのではないかとされているアメリカ国民が、実は、このような懐の深さも有しているかと思うと、高校時代に数学を勉強を放棄するか継続するかで「文系」「理系」という類をつくってそれぞれの類への帰属意識に安住するわが国の文化レベル = 教育水準の低さと比べて考えさせられます。

「文系 vs. 理系」に限らず、自他にレッテルを貼って満足するという精神は、自分が世界の中で孤独でないこ

という研究がなされています。宇宙の膨張を語るために、その議論の前提となる《時空》や《物質》の誕生を説明するためです。その筋の書物によると、宇宙はその誕生から 10^{-43} 秒ほどの間一定でありました（言い替えると、 10^{-43} 秒ほどが、《時間の最小単位》と考えられるということです。）が、 10^{-35} 秒後に「相転移」により指数関数的膨張（インフレーション）が起こり、それが終了すると、相対論的な速度で運動するクォークとグルーオンのプラズマ状態を経て、さらに宇宙が冷えて来るとまた「相転移」が起こって、陽子や中性子が作られ、そしてさらに温度が下がると、「対称性の破れ」と呼ばれる最後の「相転移」によって、力や素粒子が現代的な形をとる、...というのですから、真剣な理論物理の勉強なしには、分けの分からないあまりに先端的な理論的理論です。しかし、以下の記述のためには、Big Bang については以上の記述の中でこの最後の太字の理解だけで十分です。

²Season 1 こそ 17 episodes（話）ですが、Season 4 以降は 24 episodes になります。Amazon Prime Video ではまだ Season 6 までしか公開されていませんが、本家の CBS では Season 12 まで進んでいるという話ですから、毎週1話、放映するとして、6年、制作時間も考慮すれば10年にも渡る大ロングヒット作ということになります。なお、TECUM 理事の谷田部氏から聞いた話では、Amazon より新しい Season まで放映している video 配信 service が存在するそうです。

とだけで安心する《精神的怠惰》、《人間的傲慢》に安住することを意味しているのではないのでしょうか。最近の若い人の中で一般化しているという「空気を読む」という傾向は、この安住を正当化するように危険な兆候だと思います³。

最初の 2σ や σ の話に戻りますが、身体の健康と病気、嗜好の普通と異常も似たようなものではないでしょうか。「普通に健康」も「病気に要注意」も、医師や医療機関で言われたことを言われるままに受け取ることは必ずしも妥当ではなく、単に「ある検査データが平均から見て偏っている」というであることが多いということに過ぎないと思うのですが、血液や尿のデータが、どのような《次元》をもっているのかも示されない化学検査の値の正常値が 60~500 のように「桁違いの範囲」として示されながら「55 だから低め」「520 だから高め」と判定することのバカバカしさもさることながら、化学検査に付きものの誤差の限界や標準偏差が示されないのは怖い話です。

そもそも絶対的な意味での「安心」も「不安」もあり得ないという常識が通じないのはもっとも恐ろしいことです。すべての人が、絶対的な「健康」と絶対的な「不健康」の間のありとあらゆる多様性の中で、一人一人の貴重な生命の輝きを実現すべく生きていることが不条理、不可思議な現実ではないのでしょうか。

同様に「決して負けない学力」も「向上するはずのない学力」もないでしょう。若者がもつありとあらゆる可能性を発見するために、教師は安っぽい「世間の道理」に振り回されず、つねに《創造的》《独創的》であるべきだと思います。

さて、relax していただけでしょうか。これからが本当の本論です。

0 はじめに — NPO 法人 TECUM のスタート

思っていたよりもずいぶん長い申請期間を経て TECUM が、「特定非営利活動法人」(いわゆる NPO 法人)として、所轄庁である東京都から法的な認証を浮けた法人としての活動に入ります。これにより、報告、記録のための事務作業が肥大化するのは頭が痛い点ですが、愚痴をこぼさず、次のステップである(寄付が税金から控除される)「認定 NPO 法人」に向けて粛々と進めて参りたいと思います。従来からの会員の皆様には、一層のご支援をお願いいたします。Web access が面倒でない方は <http://www.tecum.world/> をときどき御覧下さい。

一般の方から見て、NPO 法人化してからの TECUM の大きな変化は、

- 個人会員が一般会員と賛助会員の 2 種類だけに整理されたこと
- 入会には、入会申込書と会費などの入金だけで、資格審査がなくなったこと
- 研究会は、広く公開し、一般会員以外の方も各回の資料代などの参加費を支払えば参加できるようになったこと

の 3 点⁴です。

従来からの会員の方には、面倒な作業をお願いすることになりますが、改めて、NPO 法人 TECUM への入会手続き <http://www.tecum.world/admission.html> (ここに入会申込書の説明と link が貼られています)と初年度会費の納入(法人口座 <http://www.tecum.world/OfficialAccount.pdf>)をお願いします。(次年度以降は継続される限り入会手続きはいりません。)

TECUM を発展させるために、会員の増加が必要ですが、その説明と勧誘のために <http://www.tecum.world/introduction.html> にある情報をお使い下さい。特に、昨年書いた「なぜ TECUM なのか」<http://www.tecum.world/ManifestTECUM.pdf> や NPO 法人の広報用リーフレットの第一稿 <http://www.tecum.world/ForPublic/leafletdraft.pdf> をお使い下さい。

次の研究会は、2019年2月3日 10:00 ~ 17:00 です。場所はこれまでと同様中大後楽園キャンパスですが、教室は5号館5134号室です。(従来と違いますのでご注意ください。)日曜日ですので、前回同様、学内で lunch をとれませんので、ご持参いただくか、事務局へのご注文をお願いいたします。準備が出来るようなら、luncheon

³ 「雰囲気」を意味する atmosphere が語源的には「地球を囲む表層の大気」を意味することを考えれば、雰囲気を空気と短縮するこの若者文化にも一定の根拠はあるのですが。

⁴ **ご注意** 新規入会者には、入会費を申し受けるようになったという違いもあります。

seminar を通常研究会とは別枠で行います。また、大学構内管理が微妙な時期ですので、守衛さんが守っている正門からしか入ることが出来ない可能性が大です。

なお、NPO 法人認証を機会に、TECUM 理事会と TECUM の会員の情報交換のために従来使ってきた email のような閉じた communication 手段の他に、facebook, Twitter, YouTube のような開かれた手軽な media も、それらの負の効果に気をつけながら使っていきたいと考えています。とりあえずは、広報委員長築場広子氏が用意してくれた「公式ページ」である <https://www.facebook.com/tecum.official/> と、「みんなの広場」的な <https://www.facebook.com/groups/282969792430810/> が用意されています。

さらに財政的に許せば、<http://www.tecum.world/> も、法人にしかとれない domain name (例えば <http://www.tecum.or.jp/>) に変更することも検討しています。

最後に、今回は、編集者のページをはじめ、幾つかの連載コラムは事情によりありません。御了承下さい。

1 賛助会員のページ

今回ご登壇いただくのは、長岡が津田塾大学勤務時代の中期に「指導」した学年の卒業生の宮澤奈美さんで、およそ学生時代の姿からは、お母さんとなったときの立派さは、想像も出来ませんでした。大学を卒業してからほとんど毎年のようにゼミ会(という名の「女子会」?)を開催して来た珍しい学年となったのは、奈美さんの面倒見の良さ、幹事力だったと思います。

一生懸命、ゼミを指導しようとする私の努力がいかに虚しいものであるか、奈美さんはゼミの度に毎回ほんとに私に説いていましたが、そのような熱心な説得を無視することこそ、教育の基本と考える私は敢えてひるみませんでしたが、そのような私の空振りする努力がやはり、決して無駄でなかったのは、奈美さんの彼氏(いまのご夫君)をはじめ、私を尊敬してくれる津田塾大学数学科の外の世論が支えてくれたからだったかも知れません。因みに、「数大3 2卒」とは、津田塾大学が数学科の卒業生を輩出して3 2年目の卒業という津田塾大学の卒業生たちが使っている jargon です。

長岡

いまは数学の外野席から

津田塾大学 数大3 2卒 宮澤奈美

寄稿せよそれも早急に、と言われたものの、ゼミのテーマは「数学に触れずいかに先生にツッコミをいれるかの考察」であったわたしになにが書けるのか

そもそも小田和正氏のコメントの帯をファイルした後、なぜ入眠剤にしかかなりえない先生の著書「東大入試数学を楽しむ」を、わたしはそれでも紐解こうとするのだろう。それは先生が常に貫いていた「数学の美しさを伝えたい」という強いおもいと数学を楽しむ姿にいつの間にか感化されていたからではないだろうか。

子育てを振り返ってみると、わが子達は教科を楽しんでいる教師に惹かれ、その分野に興味をもっていった。更にそこになんらかの達成感でも味わうものならどんどん歩みを進めていった、その姿を見て、入り口においては数学もゲームも変わらないなあと思ったものである。他方で近年私の接する小中学生はみな口を揃えてなぜ算数、数学を勉強しなければならないのか意義を見出せないと訴える。将来デザインの学校に進むとしても相似や角の二等分の考え方は必要なのだと伝えると一様に驚く。数学の実社会への広がりや伝えられていないことを残念に感じる瞬間である。

TECUM には数学の楽しさだけでなく、その広がりを伝える一面ももっていただきたい、その為にも長岡先生がかつて取り組まれていてとん挫した(と聞いている)役立つ数学、数学の実社会への応用例、一見関係ないようにみえる分野における数学の存在を学生向けに紹介する本があれば嬉しいと、外野は勝手にいろいろ期待をふくらませるのである。

悦子先生がいみじくもおっしゃっていた「夫は根っからの教師」ということばに深く頷きつつも、「他のゼミ生と異なっておまへたちは自分を数学者というフィルターで見る能力がない、数学の美しさを教えることによってそれを養えば、畏敬の念をもって接するようになるだろう」という無謀な挑戦にいまだに立ち向かうその姿に、これからもエールを送ります。

先生、益々のご活躍を!

「役立つ数学」はそのかけ声をかけた人々の見識のなさが問われて来ただけで、《数学の有用性》は、いまや、学校教育の外では常識であると思います。ICT 業界はいうまでもなく、金融も流通も数学が決定的な力を発揮しています。文系にこそ、数学が必要という主張が、日本の行政の岩盤規制に呆れている財界の指導者から出て来ていることは当然のことであると思います。宮澤さんの言葉は、数学教育の現場も、このような時代の風にもっと敏感になれ、ということでしょう。

長岡

2 連載論考: 数学の世界 vs 物理の世界

単位について

平尾 淳一

数・量・単位 物理学や工学では量を数値を用いて表現するための基準として単位 (unit) が定義されています。世の中では一般に「数量」などと言われるように、数 (number) と量 (quantity) をあまり区別せずにとらえているようですが、これらは単位とともに

$$\text{量} = \text{数} \times \text{単位} \quad (1)$$

と関係づけられます。この関係は数学においても一応意識されているようですが、生身の自然を対象とする物理や工学ではこのあたりの扱いにとっても気を遣います。

質量 単位の意味をより深く理解するための例として、てんびんによる質量の測定を取り上げましょう (図 1)。

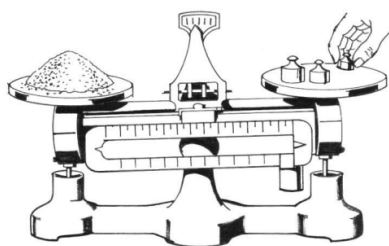


図 1: てんびん

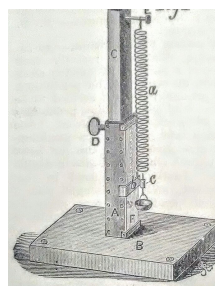


図 2: ばね秤

てんびんの左側に載せた被測定物の質量 m は、右側の分銅の個数 x と分銅 1 個の質量 M を用いて

$$m = xM \quad (2)$$

と与えられます。現実には分銅は 1 種類ではなく、基準となる分銅の $1/2$, $1/5$, $1/10$, \dots の質量を持つ分銅を用います。この結果 x は小数を含むこととなります。たとえば質量 M の分銅 2 個と $M/2$ の分銅 1 個でつりあうとき $x = 2.5$ などとなります。

ここで、式 (2) を (1) にあてはめると、てんびんを用いた質量測定とは

被測定物の質量 m と基準となる分銅の質量 M を直接比較して、その比 x を求めること

とすることができます。基準となる量を決めておけば、量を数値で表すことができるようになるのです。これが物理学などにおける「数量的」解析の出発点です。

ちなみに、このように同種の量 (この場合、質量) を直接比較しておこなう測定を直接測定とよびます。理科の授業では、質量の測定方法としててんびんを利用する方法の他に、バネばかり (図 2) を使った測定が取り上げられます。こちらは測定結果がその場での重力の強さ (重力加速度あるいは重力場の強さ g) に依存する点で注意が必要であるとされます。例えば月面上ではばねばかりで読み取られた値は地球上での測定値のおよそ $1/6$ になります。てんびんを使った質量測定では、重力場の強さが被測定物、分銅に等しく作用するので測定結果に影響を与えません。

長さ ものの長さは定規を使って測定することができます。これは基準とするべき目盛りと比較する直接測定になっています。被測定物の長さを l 、目盛りの間隔を L とすると測定値 y は

$$l = yL \quad (3)$$

の関係をみます。

質量の直接測定では、基準とするべき分銅のほかに、てんびんという道具が必要でしたが、長さの直接測定は基準とするべき目盛りのついた定規を傍らに並べるだけですみます。この違いの由来を考えるために、測定にかかわる操作を吟味しましょう。てんびんによる質量測定では、質量の大小を空間的な変位に変換し、それを観察しています。てんびんはその変換装置になっています。長さの測定においては、その変換が必要なかったということです。しかしその代わり、傍に並べて比較することを可能にするための空間が必要です。仮に私たちが住んでいる空間が 1 次元であったとしたらこのように単純な長さの測定は実現できなかったでしょう。

さらに、傍らに定規が並べられた被測定物を上から目視することができる、すなわち私たちが住む空間は 3 次元であるということも長さの測定を容易にしている理由としてあげられるでしょう。

特殊相対性理論によれば、長さの測定が観測者の運動に依存することが知られています。しかし、基準を被測定物と並べて比較する直接測定によるならば、その心配はありません。てんびんによる質量の測定結果が重力場の強さに依存しないのと同じ事情です。

時間 時間の測定にも空間が必要です。例えば、長さが約 25 cm の振り子をつくと、周期が 1 秒の振動を繰り返します。定規の目盛りと同様に、これをつかって時間の測定が可能になります。また、天体が観測される位置(方向)から時刻や季節を知る方法も古くから利用されてきました。

このような周期的な現象は力学的ものだけではありません。気温などの気象データによって季節を知る方法や脈拍や唄のリズムを利用する方法が用いられてきました。ガリレイはこの方法によって、斜面に沿って落下する物体の加速度運動を分析しました。酒造りの行程で唄われる酒造り唄には作業のタイミングをあわせる目的もあるとも言われています。最近では

カチカチのアイスクリームが食べ頃になるまで BGM を選んで待つ♡

という TV-CM (一部改) も登場しました。

もっと単純に時間に対して比例する現象を用いられることもあります。古代には、一定の速さで容器から流れ出る水量(漏刻, 図 3) や一定の速さで燃え進んでいく香(香盤時計, 図 4) などが用いられました。

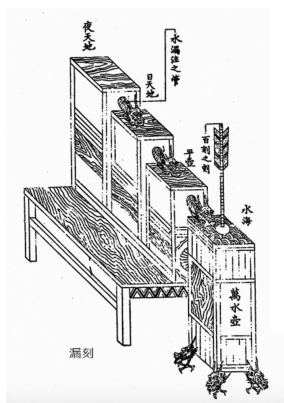


図 3: 漏刻 (セイコーミュージアムのウェブサイト) 図 4: 香盤時計 (セイコーミュージアムのウェブサイト)

こうした例では、時間 t は速さ v を用いて空間的変位 x と

$$x = vt \quad (4)$$

の関係で結びつけられて計測されています。変位 x が天体観測のように円環的であったり、振り子のように振動的であるときには、その基本的な単位が同時に定義されます。

測定に必要なもの これまで見てきたように、自明な量であると考えられる空間的距離以外の量は、他の量（まず考えつくのは上記のように空間的距離）に変換されて測定されます。言い換えると、各種の量の意味は他の量との関係を通じて計測と結びつけられているのです。たとえば、時間については式 (4) で長さと同じつけられています。質量 m については、それが重力場中で受ける力 mg がてんびんやばねばかりによって空間的変位に変換されることで測定が可能になっています。

つまり測定の背景には、異なる物理量のあいだの関係をつける物理法則が必ず存在しているのです。

時間と長さを結びつける式 (4) は等速直線運動を表すものですが、力学的にはこれは外力が働いていない物体の運動つまり慣性運動を意味しています。

質量 m と重力 $F = mg$ の関係は、より基本的な万有引力の法則

$$F = G \frac{mm'}{r^2} \quad (5)$$

で与えられます。ここに G は万有引力定数です。良く知られているように、距離 r を地球の半径 R に、第 2 の物体の質量 m' を地球の質量 M に等しいとおけば、地表における重力加速度 g は

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

と与えられます。てんびんによる測定では、万有引力の法則のほかにてこの原理が関係しますが、こちらの際、本質的ではありません。実際、てんびんの代わりに滑車にかけられたひもの両端に物体（と分銅）をくくりつけて質量を比較測定することができます。

メートル法 諸量の単位は普遍的でなければなりません。時間の単位である秒 (s) はもともと地球の自転周期から定義されたことはあらためて説明するまでもないでしょう。

長さの単位メートル (m) は地球の子午線の長さ由来していることも良く知られていることでしょう。長さの単位に代表されるメートル法の制定にはフランスの科学アカデミーが貢献しています。彼らは、北極から赤道までの長さの 1/1000 万を 1 メートルと定め、メートル・デザルシーブ (Mètre des Archives) とよばれる原器を作成したのです。原器を作成するためには、理屈だけではすまされません。実際に測量をおこなって子午線長を決定しなければなりません。当時はちょうどフランス革命のさなかでしたが、この困難な時代に重要な任に当たったのが天文学者ドゥランブルとメシェンでした。彼らはパリから二手に分かれて、北方のダンケルクと南方のバルセロナまで三角測量おこなって子午線長を測定しました。



図 5: 子午線の測量

質量の単位キログラム (kg) は、融点（のちに 4°C ）における水 $1\text{ dm}^3 (= 10^{-3}\text{ m}^3)$ の質量から定義されました。質量の単位 M が

$$M = \rho L^3$$

のように、水の密度 ρ のみならず、長さの単位 L に依存している点が、時間の単位 T (秒) の定義と異なる点です。時間の単位 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

のように、地球の自転角速度 ω によるものの他の量の定義に依存していません。

ともあれ、地球や水が普遍的なものであるとして、これらに固有の量から基準とするべき単位を決めたのでした。現代においてもこれらはそこそこ普遍的な存在ではありますが、現代科学の基本単位は、さらに普遍性と安定性を追求した結果たどり着いた考え方に従った定義になっています。続きは次号以降で紹介します。

3 連載論考: 近頃の「数学」「教育」

いくらなんでもこれは！—— “不可解有理!”

長岡 亮介

最近、真面目な若い女子学生である M.F. さんから、次のような問題が連続して載っている問題集を見て、何が自分に足りない理解なのか、とう根本が分からないという質問を受けました。その連続した問題というのは、

【演習例題 N 】 2つの2次関数 $f(x) = x^2 + 2ax + 25$, $g(x) = -x^2 + 4ax - 25$ がある。次の条件が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) すべての実数 x に対して $f(x) > g(x)$ が成り立つ。
- (2) ある実数 x に対して $f(x) < g(x)$ が成り立つ。

【演習例題 $N+1$ 】 $f(x) = x^2 - 2x + 3$, $g(x) = -x^2 + 6x + a^2 + a - 9$ がある。次の条件が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) $0 \leq x \leq 4$ を満たすすべての x_1, x_2 に対して $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ。
- (2) $0 \leq x \leq 4$ を満たすある x_1, x_2 に対して $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ。

というものでした。

外見はとても良く似ています。

問題文の文章表現は、類似性を強調するためなのでしょう、稚拙ながら、意図して似せているようです。しかし、どうせ、意図して類似性を強調するなら、【演習例題 $N+1$ 】でも、「がある」という述語の主語を明確にするために【演習例題 N 】の冒頭の「2次関数」も反復して欲しかったと思います。というのは、“ $A = B$ がある”という表現は、そもそも文法的にあり得ないからです。実際、等式 $A = B$ は、英語などでは左辺 A を主語とする文であり、数学では“A equals to B”（あるいは小学生初年級レベルなら“A is equal to B”というかも知れません。）という、主語 + 動詞 (S+V 構文) という立派な文章です。

このように、編集者が類似性を強調しているのですから、学習者が連続した二問を関連づけて理解しようと思っただけでも自然だと思います。

困ったことに、その本では、最初の問題を解く際には、「 $f(x), g(x)$ 」を個別に考えるのではなく $F(x) = f(x) - g(x)$ を考える」という「解法の指針」まで教訓的にあげている（最近の数学の指導者は、しばしば「奇妙に啓蒙的」=「根拠なく偉そう」=「大きなお世話が大好き」です！）ので、人の話に良く耳を傾ける M.F. さんは「左から右を引くと解きやすい」と言う具合に自分へのレッスンをまとめていました。

しかし、問題 N の核心は、単なる2次不等式 $F(x) > 0$ を巡る基本的な議論、敢えて詳しく述べるなら、

2次関数 $F(x) = ax^2 + bx + c$ について、すべての実数 x に対して不等式 $F(x) > 0$ が成立する

ためには、 $F(x)$ の係数である実数の定数 a, b, c が

$$a > 0 \text{ かつ } b^2 - 4ac < 0$$

を満たすことが必要十分条件である、という基本事項に過ぎず、【問題 N 】として《具体的に実装》されたものは、不等式 $F(x) > 0$ を、これと同値な無限に多くものの中で、両辺をそれぞれ convex (下に凸)、concave (上に凸) の 2 次関数にした例の一つですが、これはいかにも意味ありげに見えて、まったくそうではありません。数学的核心を突いていないという意味では趣味の悪い、あるいは大衆レベルに媚びているという意味では低俗な、数学を学習する本来の意味を隠しているという意味では悪質な「教育的」姿勢の典型です。実際、本問は、 $f(x) = 3x^2 + 50$, $g(x) = x^2 + 2ax$ のように両方とも下に凸のグラフをもつ、しかし、より表現が単純な関数に置き換えても解法はまったく同じです。下らない煩雑化に過ぎませんが $f(x) = x^3 + 3x^2 + 50$, $g(x) = x^3 + x^2 + 2ax$, あるいは $f(x) = e^x + 3x^2 + 50$, $g(x) = e^x + x^2 + 2ax$ のように、2 次関数の範囲を逸脱しても同じです。

このように本質を隠した(あるいは本質が見抜けていない)問題と解説であるために、その問題の下に、数学的には全く同じなので繰り返す意味がまったくない問題が、

【演習例題 N 】

2 つの 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2kx + 2$, $g(x) = 3x^2 + 4x + 3$ がある。次の条件が成り立つような定数 k の値の範囲を求めよ。

- (1) すべての実数 x に対して $f(x) < g(x)$ が成り立つ。
- (2) ある実数 x に対して $f(x) > g(x)$ が成り立つ。

のように並んでいるのです。このような数学的には馬鹿げた、学校数学以外では通用しない、子どもだましの trick の drill & practice の非数学的練習が、わが国では、すっかり数学の一般的な勉強法として定着してしまったようです。

ところで、いま述べた低俗な【演習例題 N 】と次の【演習例題 $N + 1$ 】とが、どう関係するか、M.F. さんの質問の核心でした。

しかし、第 2 の【演習例題 $N + 1$ 】は、そもそも問題としてまったくのナンセンスです。

まず、この問題で、最初に一番重要な

「(1) $0 \leq x \leq 4$ を満たすすべての x_1, x_2 に対して」

「(2) $0 \leq x \leq 4$ を満たすある x_1, x_2 に対して」

という表現が意味をもちません。このような文字(変数)の使い方は、そもそも数学的には文法エラーです。

おそらく、その本の編集者は、それぞれ

「(1) 区間 $0 \leq x \leq 4$ 内の、すべての x_1, x_2 に対して」

「(2) 区間 $0 \leq x \leq 4$ 内の、ある x_1, x_2 に対して」

の意味になっているとすっかり思い込んでいるのでしょう。

不等式と不等式の表す区間を混同するのは、わが国で戦後すっかり定着した悪しき風習です。この奇妙な風習がわが国で定着した理由を、結論を急いで断定的に述べるなら、

- 学校数学における、不等式 $a \leq b$ の論理的な定義の欠落(あるいは、その起源である論理の欠落)
- それに端を発する、 $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) のような、関数の定義域を変動的に制限する際にある用いられた高校数学特有の略記法を許してしまった過去の負の遺産
- 極めつけは、2 次不等式 $a(x - \alpha)(x - \beta) \leq 0$ の、 $a > 0$ と $a < 0$ のときの解の、今日も続く機械的指導

にあるといえるでしょう。いずれも、純朴な高校生には責任がない誤解です。

他方、区間という素朴集合論的な表現を避ければ、上の問題は

「(1) $0 \leq x_1 \leq 4$ を満たすすべての x_1 と、 $0 \leq x_2 \leq 4$ を満たすすべての x_2 とに対して、不等式 $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ。」

「(2) $0 \leq x_1 \leq 4$ を満たすある x_1 と、 $0 \leq x_2 \leq 4$ を満たすある x_2 とに対して、不等式 $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ。」

という問題ですから、 $F(x) = f(x) - g(x)$ を考える、という直前の「解法の教訓」が完全に破綻します。

数学の勉強は、このような不可解の苦痛に耐え、不条理な運命を受容することなのでしょう。

昔、毛沢東は、青年たちを、「造反有理」という言葉で、権力者と闘う精神へと鼓舞しました。毛沢東の革命自身は、悲惨な権力闘争の運命を辿るのですが、若い精神に、不条理な勉強を押しつける体制下にあっては、私も若者に「不可解有理！」というスローガンを送り、奇妙な指導について行けない自分を、決して卑下せずむしろ誇りをもって堂々と精進して欲しいと願います。

4 連載論考: スクリプトの開く世界 — スクリプトと正反対の世界

長岡 亮介

computer science の業界では、《流行語》を創る、というより造るのが上手な人が多く、これまでも多くの流行語が造られて来ました。古くは、IBM の「System 360」などを懐かしむ人も多いでしょう。360 はいまでもなく、科学的な計算からオフィスの事務処理まで全方位 (360°) で活躍できることを謡う、個々の用途に依存しない新しい《汎用機》の思想と機能を標語にしたものです。いま流行りの仮想コンピュータの始まりです。汎用機どころか、日常生活に纏わるあらゆる場面での新しい需要を発掘するソフトウェアが溢れ返り、法外の記憶量をもつ記憶装置をもった膨大な数の高性能コンピュータが高速の network でつながっている現在では、「computer は computer に出来ることは何でもできる」ことが当り前のことになりました。

「ユビキタス コンピュータ ubiquitous computer」という言葉がもてはやされたのはほんのわずかに過去のことでしたが、携帯電話という名前の超高性能超小型コンピュータが普及した今日ではもう忘れ去られているでしょう。「情報教育」という言葉も似たような運命を辿ることでしょう。

このようなコンピュータ業界の流行後の廃れは、言及するのも恥ずかしいほどですから、いまは、やたらに流行っている「AI (人工知能)」や「Deep Learning (深層学習)」、「IoT (もの同士をインターネットで繋ぐ技術)」も、この冷徹な歴史の法則から自由ではないでしょう。

しかし、そのような流行語の栄枯盛衰の中で、ほとんど唯一残っているものが「GUI」 ([グーイ] Graphical User Interface, ディスプレイ上の図柄に対する直観的な指示だけで、キー・ボードでプログラムを書くことなく computer を使うことが出来る指示の枠組みのこと、因みに [ジー・ユー・アイ] はわが国で普及した誤読ではないかと思えます) です。太陽と惑星、惑星と惑星、衛星など天体同士の引力を考慮して運動を予測する、という難しい (数学的には不可能な!) 力学の微分方程式の問題ですが、その解を表示するソフトウェアも、GUI 環境のおかげで、微分方程式の知識すらなしに smartphone 上で利用することが出来ることは感動的ですからあります。私自身は、Gravity や Orbit というアプリで遊んでいます。しかし、これは決して、微分方程式は愚か、惑星の運行の理論を理解することにもなっていないという「醒めた認識」がとても重要であると思えます。要するに、原理が理解できなければ、結果だけが見えても、本当に分かったことにはならない、ということです。「百聞は一見に如かず」は、これで終りにせず、その後に「百見は一考に如かず」などを続ける思慮が必須でしょう。

以上がスクリプトの重要性を強調する理由ですが、最近、TECUM が NPO 法人の認証を受けるために、罫線だらけの行政用の文書を書かなければならないことになり、あらためて GUI の危険性に警鐘を鳴らさなければ、と思いました。

その昔 (1990 年前後)、日本のメーカ F 社の有名なワードプロセッサ専用機が一世を風靡していた時代 (PC では幾つかの「ワードプロセッサ」を自称するソフトウェアが覇権を競って version up を繰り返していた時代です) US の computer software developer の人が、「日本の官庁が求める罫線入りの文書は、鎖国に匹敵する貿易障壁である」と批判していたのを思い出しました。それほど、その専用機の罫線機能、フォント管理機能は、当時の私の目には、無意味に見えるほど「正確」、「詳細」、「高機能」でした。しかし、その専用機で作ったデータは、いまはまったく再利用することが出来ません。

他方、最近では、表計算 Spread Sheet (際限ないほど広がった用紙) のソフトウェア主要な使われ方は《縦横を複雑に仕切る文書の作成》であると聞き、その昔、Spread Sheet は、データを、幾つかの field からなる record

の集まりとして、横と縦の長方形（数学的にはまさに行列）の直観的な形式で、かつ計算式と一緒に扱うものであると思込んでいた私は、流行から遠のいていた自分の時代遅れに驚くとともに、論理的に作成することより見栄えを優先して文書作することを恥じない日本の風潮がいまだに健在であることに呆れ返りました。しかし、行政の求める形式の文書を作成するには、最近の Spread Sheet が実に強力であることもいまさら知って驚きました。

実は、ほとんどすべての Spread sheet には、切角入力したデータを、永遠に有効に活用するために、汎用のデータ形式である csv 形式（.csv ファイル）あるいは Syk 形式（.slk ファイル）として保存する機能がついていると思います（そのような汎用のデータ形式であれば、そのようなデータを加工するためのツールが、古くは、Sed（Stream Editor）から、最近 Python までいろいろとあります。）が、一度、皆さんがお作りになった Spread Sheet の文書ファイルを、そのような形式（テキストファイル）に吐き出させて、それを editor（MS Windows なら「メモ帳 Notepad.exe」でしょうか）などのツールで見ると、いかに多くの情報が失われているか、言い換えれば、歴史の藻屑として消えて行く情報の入力のために、貴重な人生の時間を無益に費して来たか、お分かりになると思います。

このような無益なことに費す時間を最小にするために、スクリプトを書くという経験がとても重要であり、これこそ情報教育の要であると考えています。「STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) 教育」がいくら叫ばれても、スクリプトを書くアルゴリズムの思考とそれを支える学問的体系的知識と経験がなくては、単なる子どもだまし、砂上の楼閣にもならないことを忘れてはならないでしょう。

GUI は実に魅力的な設計思想ですし、Internet 上に巨大な広がりをもつデータも知の情報アーカイブとして信じられないほど有益ですが、私達がもっとも大切にしたいのが、苦勞して自分自身で創りあげた情報であることを忘れないようにしたいと思います。

今回は、発行時間の関係と、主要著者として期待していた川久保氏の体調不良と、私自身の今時の Spread Sheet との最近の出会い経験から、肝心の script の具体的な話題に入らない、説教臭い話だけになってしまいました。勘弁して下さい。