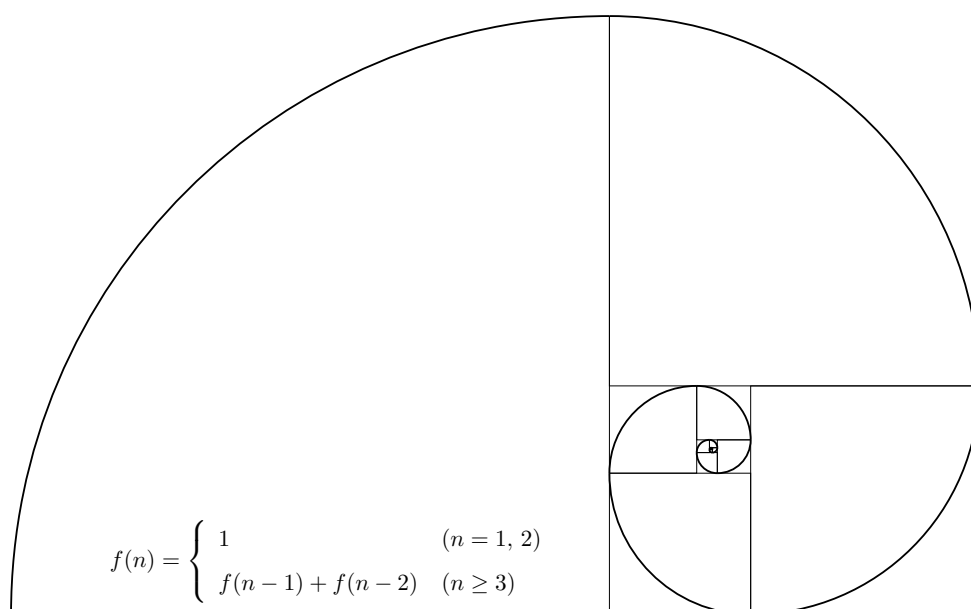


# TECUM 数理教育セミナー

## セミナー講演資料

研究機関誌『数理教育のロゴスとプラクシス第4号』（予稿）



$$f(n) = \begin{cases} 1 & (n = 1, 2) \\ f(n-1) + f(n-2) & (n \geq 3) \end{cases}$$

Fibonacci-spiral

Special Thanks to Andrew Mertz and Tadashi Yamane for their nice ideas to draw the picture by TikZ

TECUM 機関誌委員会編

2018年11月11日



## 巻頭言に代えて

# 「特定非営利活動法人 TECUM<sup>©</sup> 東京都認証 NNNNNN 号 の御紹介」 というリーフレット案<sup>1</sup>

長岡 亮介

## 1 TECUM ってなんですか？

- TECUM [te:cum] とは、ラテン語の、te=君 (親しい二人称の格変化) と、cum=ともに (前置詞) に由来する言葉で、合唱をやっているいらっしやると Ave Maria の冒頭に出て来るのをご存知の方も多いかも知れません。私達が、ともに激励し合い、切磋琢磨したいと願うのは、まずは、**数学的学識、数学的感性を敬愛し、それを日常の教育実践に活かそうとして努力している数学の教員**です。なぜなら、数学教育を通してこそ、多くの困難に直面する現代社会の中で大衆迎合主義の虚偽を見破る知的な市民となる若者を養成することが出来ると思うからです。そして、社会に出て、そのような数学教育の重要性を理解し、数学を通じて若者を育てようとしている**ほんものの教員の活躍を願う社会人の人々**が広範に存在することを示して行きたいと願っています。
- 何故でしょう。最近では、数学を少しでも知っている人から見れば実に異様な光景が全国的に一般化しているからです。それは、難関校での入学試験で決定力となる**数学の学力を膨大な過去問の〈パタン化〉と〈解答の暗記〉を通じて、速効的な学力を偽装する、人々の「哀しい夢」に付け込む詐欺紛いの商法のような「教育」**が今や学校にまで洪水のように押し寄せていることです。
- 実際、検定教科書等の標準カリキュラムを**前倒しでさっと済ませ**、高学年の数学の時間を**過去問の実践的研究という名の暗記作業**に使う、**学校の予備校化**という流れが、日本全国に一般化、加速化しています。例外は、今や、ほんの少数の本物の一流校だけという状況になってしまいました。
- 簡単な一例ですが、 $xy$  平面上、直線  $ax + by + c = 0$  に対して、点  $P(x_0, y_0)$  から引いた垂線の長さ (点から直線への距離)  $d$  を求める公式  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  は、暗記すべき重要事項として大きく取り上げられますが、その公式の面白さを教える学校現場は少ないと聞きます。公式が本当に理解できれば公式の証明も公式自身も実に暗記するまでもなく自然なものである、という《数学の常識が通用しない「数学」の「授業」》が堂々と展開されていると聞きます。
- そういう風潮の中にあって、**〈機械的な暗記〉よりは《思索と理解》、〈記憶の中にあるか否かの一瞬の判定〉よりは《試行錯誤と創造的な発見》**に力点をおくという、数学的に見れば当然の教育スタイルをとる数学教員が、学校の中で孤立を余儀なくされる状況が生まれています。生徒達の中に眠る可能性の発見よりは、保護者のクレーム対策に過ぎない「公平な採点」や学校の「名声」のための「進路指導」や「課外活動」に力点がおかれている現状は、高尚な数理世界への憧憬をもち続け、そのような世界との遭遇の感動的体験を生徒に与えたいと願っている教員にしてみれば、表現出来ないほど哀しくなる現実であることでしょう。

<sup>1</sup>大幅な簡素化/短縮化が必須です！

- 私達は、そのような先生に、「皆さんは決して孤独ではありません！」 「もっともっと面白い数学と、分かって来ると深さの見える数学教育を矜持をもって勉強をしましょう！」と呼びかけたいと思います。そのような教員のために、《勉強と研修の機会と場》を提供して行きたいと思います。数学教育の改善と充実のために、小異を捨て [手を組んで] 頑張りましょうという意味が TECUM に隠された駄洒落です。

## 2 TECUM が考える数学の学習目標と学習スタイル

- 「数学は問題を解くものである」「力のある人ほど、早く正確に問題を解くことができる」… という命題が、最近では、ほとんどあらゆる人に信じられています。本当でしょうか？
- 意外に聞こえるかも知れませんが、**「数学的な力がある人なら、入試問題になるような問題は、ある程度考える時間をかければ必ず解ける」**のです。なぜなら、**入試問題<sup>2</sup>は、限られた時間で受験生の学力を合理的に判定する — つまり実力ある人とない人を合理的に選別する — ために用意されているから**です。

数学の学習目標は、過去の入試問題を記憶に基づいて素早く解く見せかけの「力」をつけることではなく、**数学を通じて、どんな問題に対しても対応できる創造的な思考力**をつけることです。「きちんとした力のある人なら、どんな入試問題も解ける！」— この当り前の主張が通らず、低俗で機械的な暗記が堂々と推奨されるのは、なぜでしょう。もしかすると、数学の指導者の中にすら、**数学の入試問題は解法を知らないと解けない**と思う人が増えて来たということなのかも知れません。確かに、自分で解けない人も解法を知っていれば解けます。どんな難しいクイズも答えを知っていれば一瞬で答えることが難しくないと同じです。

- しかし、そんな「力」は本当に大切なのでしょうか。「答えを知っているから問題が解ける」というような「力」をもっていることは、その若者のどのような可能性を示唆するのでしょうか。そのような「教育」は一種の知的なドーピングのようなものではないでしょうか。ドーピングが、有望なアスリートの将来を奪うように、そのような偽物の教育の中で育った若者の将来が開かれているとは思えません。
- TECUM は「受験があるから数学教育が歪む」という通説を短絡的な主張を俗説として排除します。むしろ、**受験を口実にして、矮小に歪んだ「数学」「教育」を正当化する教育の現状に反対し、数学の学習を通じて知的で創造的な、そして、矜持と謙虚さを備えた人材を養成する、真に豊かで効率的な数学教育の実現を目指します。**そのために、人々の受験熱、受験幻想を利用する度量すらもちたいと思います。

## 3 TECUM が考える数学の効率的な学習を実現する前提条件

- 数学の教育が、教員初任者にもベテラン教員にも難しいのは、
  - 検定教科書レベルの記述が実に多くの理由から、あまりに簡素にまとめられているために、その裏に隠されている真に大切な奥深い数学の理論的理解の必要性が見えないこと
  - 数学を詳しく知らない人には、教科書や問題集に載っている定型的な「練習問題」の定型的な解法が数学の学習目標の基本のように映ってしまうこと

<sup>2</sup> 「良くできた」という条件を付けた方が良いのが現状ではありますが。

等の理由からです。一言で言えば、数年も教員をやれば、教育内容としての数学に関して完璧であるように錯覚してしまうことです。

- 学校数学の理解は、大学で学ぶ現代数学と異なり、さまざまな理由から、**論理性、体系性を犠牲にせざるを得ない面がたくさん**あります。この点を含め、**学校数学には多くの弱点**があるのですが、大学で数学を学んでも、また、長年の教員経験を通じて、この弱点に気付くことは難しいことを強調したいと思います。このような**教科の弱点に気付かない、したがって、あまり知的とは言えない、数学の授業がバカバカしく映り、それで数学から離れて行く若者が多い**とすれば、わが国の社会的な損失です。最近のわが国ではこんな貧困な数学が「出来る」「出来ない」で、大学に入る前から、「理系」「文系」という職業分類までされてしまっていることの不合理に批判の声が聞かれないのは実に残念です。数学の学習が青春時代の輝かしい思い出の一つになるような数学教育の実現を計るために努力を結集したいと願います。
- 加速的に発展する科学と技術の状況を視野に置くと初めて見えて来る**学校数学の致命的な欠点**もあります。それは、**他の諸教科、特にもっとも近いはずの物理との関係さえ欠落している**ことです。2次曲線を学びながら、それを中心力場での天体の軌道が2次曲線であることと結びつけて理解している学習者はどれほどいるでしょう。遠くの天体まで観測に行く人工衛星の成功に沸き立つ日本人のどれほどが、そこに使われている原理が運動法則と呼ばれる単純な数学に基づく精緻な計算と制御であることに気付いていることでしょうか。
- 分断された知識ばかりで、異なる分野の知識を総合する醍醐味の欠落は、数学と他教科との関係のそれだけでなく、数学という一教科の内部にもあります。**学校数学では、単元を超えた総合的な理解への道が閉ざされている**という欠点です。しかし、古くは、幾何と代数の総合が《解析幾何》、そして《微分積分》を産んだように、無関係と見えていたもの間に潜んでいる深遠な関係を見破るのが数学的な認識の醍醐味です。関数や数列のような解析の対象をベクトルとして幾何学的に捉えることで鮮明に見える数学の感動的な風景が学校数学ではまったく欠落していることも、学習者から「数学は何のためになるのか？」という素朴な疑問が生ずる原因にもなっているのではないのでしょうか。
- TECUM は、数学教育が、貧困な「専門知」ではなく**《豊かな総合的な知》**の形成へと向かうことを応援します。TECUM は、数学の教員が、数学という教科の弱点を良く弁え、現代数学へと連なる数学自身の発展的な知識と他教科との関係につながる総合的な知識を充実・深化させることを応援します。

#### 4 では、TECUM は具体的に何をやるのですか？

- TECUM が取り組む第一の仕事は、主として中学校、高等学校の数学の守備範囲に入っている、数学的な内容の隠されている豊かさ、難しき、発展可能性を詳細に明らかにして、それを《数学教員の明示的な共有知》として行くための**研究会「数理教育セミナー」の定期的な開催**です。

- 
- 数学といわずに数理というのは、「教科数学」という「村」から少しでも脱出して行こうという意志の象徴的表現です。21世紀に明白になった数学と自然諸科学とのますます緊密な関係も頭の片隅にあります。

- この研究会は、教育関係の単なる「論文」で「研究業績」を稼ぐことを否定し、数学教育における**学理的規範性**とともに、**創造性、革新性、先進性**を共有し、評価するためのものです。
  - 研究会は、運営の中核は一般会員が担いますが、会員以外の方も、聴講が資料代を含む参加費だけで開放されています。
- 研究会と並んで TECUM が取り組むもっとも重要な仕事は、『**TECUM 数理教育叢書**』シリーズの出版です。数理教育セミナーを、「誰もが一家言もつ」教育を話題とした、論証性のない雑談、他愛ない漫談の会とすることがないように、言い替えれば、**哲学的な厳密性をもった蓄積的な議論として構築して行く**ために、上記の研究会の講演集を、機関誌委員会の下で、査読付き、簡易査読付きで募集し、論点の明確化と論考の価値を内部で検討した上で講演録を**数理教育研究機関誌『数理教育のロゴスとプラクシス』**として編集し、これを主題別に整理して出版するのが『**TECUM 数理教育叢書**』シリーズです。
- 数学教育の議論ですから、ときには、大きな問題を全体的に俯瞰するような大所高所に立った随想風の論考も排除するものではありません。むしろ、切れ味鋭いエッセイは大歓迎です。しかし、議論の緻密性・論証性（哲学的には反証可能性）を大切にしたいと思います。
  - 反対に、如何に厳密な「証明」が付いていても、単なる数学上の「新発見」は評価されません。また単なる教育上の個別的、思い付き的工夫も一般化への示唆なしには評価されません。当然のことながら、貧弱な実践結果の報告は、統計処理のおまけが付いていても評価されません。こなれていない翻訳はもちろん、海外の情報の表層的な紹介も全く評価されないでしょう。自己の経験以外の論証性を伴わない主張も単なる独白と見なされるでしょう。「最近の学生の学力低下」のようなジャーナリスティックな話題も、綿密な実証性や視点と分析の斬新性がない限り評価されません。
  - 反対に、指摘されるまでは自明のものと思われていたことに新しい光を投げかけるような仕事（例えば、誰もが論ずるまでもないと思っていた  $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{6}$  の証明の欠落の指摘 — 実はデーデキント (R.Dedekind) の有名な現代の実数論に関する仕事のはしがきにありますが！ — は大いに評価されるでしょう。
- TECUM の第3の課題は、特に若手の教員向けに、検定教科書に標準的に従うことで陥る理論的な間違いを自分達で具体的に発見する作業を応援する **数理教育ワークショップ**の開催です。大学以上の数学の立場、数学を学ぶ生徒の立場の両方を視野にいれて、医師向けの「ガイドライン説明会」や「教育講演」と似た、学理性よりは、**明日からの実践にすぐに役立つ実用性**に重きを置いて、「学校数学をより高い立場から理解できた！」という数学理解の体験の場を身近に演出し、「ためになった」という感想が素直にできるような、会の開催にむけて**作業的な教材とカリキュラム**を準備します。予備校の最前線で活躍する講師による**受験生の陥りやすい間違いの指摘**のような卑近な話題から著名な数学者による**近未来の数学を見る視点**のような高度な教養的講義も用意する予定です。
- そして TECUM の第4の課題は、素晴らしい教育実践をしている教員をその数学教育への努力と実績を評価し、**表彰**することです。個々の教員を、職責上の「上」に対する忠誠心（＝批判的態度の不在！）だけで評価しつつ、教員の学力・学識に対してはすべて水平的に評価すると称して評価項目にもないという無理想性、無思想性、反学理性をもって民主主義的な

学校運営と見なして来た戦後日本社会の伝統に小さな楔を打ち込みたいと願っています。なお、この顕彰は、TECUM 理事会とは独立したメンバーを通じて選考作業がなされることで、理事会からの独立性を担保します。

- 最後に TECUM の活動は TECUM の活動趣旨に賛同して支援して下さる多くの賛助会員の方によって支えられています。賛助会員を含めた会員全体のための**隔月情報誌『TECUM レター』**を電子的に発行 (server 上に file を security key 条件付き公開) しています。『TECUM レター』には、さまざまな分野で活躍する賛助会員同士の異業種交流を目指して、「賛助会員のページ」や、数学ジャーナリズムの世界で活躍する「編集者のページ」を中心に、TECUM の近況的な活動報告の他、数学教育周辺の軽い読み物があります。これを元にした『TECUM 叢書』の発行も想定しています。

## 5 TECUM のもっと詳しい情報や加入して一緒に活動なりたい方は

Internet 環境のある方なら

<http://www.tecum.world/>

を御参照下さい。NPO 法人 TECUM の設立趣旨書、定款など、基本文書が御覧いただけます。この TECUM の活動趣旨に御参同いただける方で、入会希望の方、協働を考えている方、またこれに関連して詳しく質疑応答を希望なさる方は、<mailto:secretariat@flexcool.net> 宛に email を下さい。

また、電話で気軽に質問、討論したい方は、03-3623-9584 まで電話して下さい。東京メトロ千代田線「赤坂駅」にある「赤坂志塾」内に置かれた TECUM 専用ダイヤルです。運が良ければ？長岡を含め TECUM 会員が在席していて、電話がつながる可能性があります。ただし、原則として、毎週週日の 13:00-16:30 の部分区間です。会議中を含め、長電話は不可能ですが、場合によっては zoom など on line 会議も support します。

## 6 名誉会員

TECUM の趣旨に賛同して、名誉会員を引き受けて下さった方 (2018 年 10 月末現在) を以下に掲載させていただきます。

井坂 健一 先生, ビジネスマン (野村証券副社長、大阪経済大理事長、現在平和不動産顧問)

押切 謙徳先生, 弁護士 (元東京高等検事局検事、現在城山法律事務所主宰)

後藤 真理子先生, バレリーナ (前 Deutche Ballet 団員、現在 *MG International Arts of Ballet* 主宰)

藤田 宏 先生, 数学者 (東京大学名誉教授), 現在は TECUM の一般会員も兼ねる執行名誉会員

山下 泉 先生, 金融家 (以前は日本銀行、現在はかんぽ生命保険執行役会長)

(以上、お名前のあいうえお順)

今後、さらに広くお願いして行きたいと思っています。

## **しかし、これでは広報用には使い物にならない！**

広報用には、緻密な論理性より、思い切って省略した、**インパクトのある単純な訴え**、つまり、**キャッチコピー**に昇華させることが必要ではないか？



# 目次

第 I 部 連載論稿	9
「場合の数」で《応用算数》を抜ける道の可能性について（長岡 亮介）	11
地球の暖め方（平尾 淳一）	17
第 II 部 寄稿	27
高校数学教育における統計学の基本の理解とその延長 — 2 項分布を越えて（野口 千明）	29
第 III 部 論稿	41
無限連鎖を含む事象における条件付き確率（数理哲人）	43
「確率」の数学的再構成の可能性についての数学的模索（谷田部 篤雄）	51